

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

АПОЛОГИЯ ЕВКЛИДА

С. С. Кутателадзе

Во многих популярных дискуссиях о математике и принципах ее преподавания в ругательном смысле часто звучит термин «бурбакизм». Со страниц академических журналов и популярных газет доносятся гневные упреки в адрес некоего вредного современного метода преподавания математики, основанного на формалистическом подходе Бурбаки. Стали расхожими анекдоты о том, что «бурбакизм» в преподавании заставляет студентов и школьников смотреть на коммутативность сложения как на метод вычислений и учит их складывать числители и знаменатели дробей по отдельности. Профессиональные математики и педагоги делятся на враждующие группы, обсуждая с упорством и непримиримостью схоластов средневековья «проблему натуральности нуля», состоящую в том, с нуля или с единицы «на самом деле» начинается натуральный ряд целых чисел. Не меньшую ярость вызывают дискуссии о праве первенства между понятиями «больше», «больше или равно» и «строго больше». Все рассказы и филиппики против «бурбакизма» в преподавании довольно милы и местами верны, однако связаны с прискорбным недоразумением.

Никакого учителя или профессора Бурбаки, автора вредоносной методологии «бурбакизма» в преподавании, никогда не было. Говоря о Бурбаки, знающие люди подразумевают незаурядный научный проект середины прошлого века, осуществленный сохранявшей значительную анонимность группой математиков, в основном французских. Под псевдонимом «Николя Бурбаки» на многих языках мира вышло в свет многотомное издание, охватывающее огромное множество математических тем. Это издание стало выдающимся событием в мировой научной литературе.

Трактат Бурбаки «Начала математики» был заявлен авторами как преемник классических «Начал» Евклида. Книги Евклида ознаменовали появление математики как особого рода познавательной деятельности, основанной на доказательствах. Стиль трактата Бурбаки идентичен стилю «Начал» Евклида. Книги Евклида лишены каких-либо практических мотиваций и отступлений, обсуждений истории вопроса, авторства и значения излагаемых результатов. Книги Евклида зафиксировали эпохальный переворот в сознании человечества — уникальное появление аксиоматического метода, который, как это ни парадоксально, не был документирован нигде, кроме Древней Эллады.

Серьезная критика книг Бурбаки существует в науке и основана на претензиях к их содержанию, а не стилю. Трактат Бурбаки очевидно не полон. Многие важные математические темы в нем не раскрыты или раскрыты неудовлетворительно. В ряде томов изложены тупиковые ветви предмета. Все эти дефекты связаны с важнейшим капитальным различием между книгами Евклида и Бурбаки. В «Началах» Евклид излагал во

многом уже завершённую теорию — «евклидовы» планиметрию и стереометрию. В этом фрагменте науки во времена Евклида многое было выяснено раз и навсегда.

Проект Бурбаки осуществлялся в период чрезвычайно бурного развития математики. Ряд книг трактата устарел уже к моменту выхода в свет. Героический и амбициозный замысел Бурбаки изложить начала всей математики двадцатого века в одном трактате на методических принципах Евклида был обречен на неудачу. Математика обновлялась и обогащалась яркими достижениями много быстрее, чем писались книги трактата Бурбаки. Совершенно неудивительно поэтому, что неудача Бурбаки особенно остро ощущалась математическими героями, творцами математики двадцатого века. Трактат стали критиковать и даже судить потому, что в нем многого нет. Как это обычно бывает, к серьезной критике охотно присоединились «пропедевты» и «методисты», малосведущие в существе дела. Общеизвестно, что недовольство неполнотой содержания книги малоубедительно: странно судить сочинение за то, чего в нем нет. Претензии к содержанию с неизбежностью превратились в критику формы. Лапидарность, сухость и строгость стиля изложения подвергаются осуждению и даже остракизму противниками вредоносного «бурбакизма» в преподавании.

Саломон Бохнер, один из знаменитых математиков прошлого века, с улыбкой отмечал, что книга Евклида — кошмар для современных ему теоретиков и практиков педагогики.¹ S. Vochner, *The Role of Mathematics in the Rise of Science*. Ну совсем ужасная книга без мотивировок и обсуждений, сухой и формальный текст из аксиом, определений, лемм и теорем без каких-нибудь содержательных примеров из физики, экономики, общественной или духовной жизни. Однако именно эта книга живет почти два с половиной тысячелетия и не собирается умирать. А вот учебники геометрии, где для определения площади фигуры требуется эту фигуру засеять или вырезать из бумаги, тест на долголетие не прошли.

Не стоит смешивать очную и заочную формы передачи и сохранения знаний. Надо различать книгу, излагающую предмет, и способ преподавания этого предмета. Вавилонские математические тексты были по существу задачками с приведенными решениями. Этот стиль преподавания жив до сих пор. Однако ни один такой решебник по долголетнему влиянию на математику и культуру в целом с «Началами» Евклида сравниться не может. Конспект по математике, составленный любым школьником или студентом, до сих пор напоминает «Начала» Евклида и повторяющие их «Начала» Бурбаки.

Обычно термин «бурбакизм» подразумевает «формалистическую структуральную

¹ Also, if examined «objectively», Euclid's work ought to have been any educationist's nightmare. The work presumes to begin from a beginning; that is, it presupposes a certain level of readiness, but makes no other prerequisites. Yet it never offers any «motivations», it has no illuminating «asides», it does not attempt to make anything «intuitive», and it avoids «applications» to a fault. It is so «humorless» in its mathematical purism that, although it is a book about «Elements», it nevertheless does not unbend long enough in its singlemindedness to make the remark, however incidentally, that if a rectangle has a base of 3 inches and a height of 4 inches then it has an area of 12 square inches. Euclid's work never mentions the name of a person; it never makes a statement about, or even an (intended) allusion to, genetic developments of mathematics; it makes no cross references, except once, the exception being in proposition 2 of Book 13, where the text refers to, and repeats the content of, the «first theorem of the tenth book», which, as it happens, is Euclid's «substitute» for the later axiom of Archimedes. Euclid has a fixed pattern for the enunciation of a proposition, and, through the whole length of 13 books, he is never tempted to deviate from it. In short, it is almost impossible to refute an assertion that the Elements is the work of an unsufferable pedant and martinet... Euclid's work became one of the all-time best sellers. According to «objective» Pestalozzi criteria, it should have been spurned by students and «progressive» teachers in every generation. But it nevertheless survived intact all the turmoils, ravages, and illiteracies of the dissolving Roman Empire, of the early Dark Ages, of the Crusades, and of the plagues and famines of the later Middle Ages. And, since printing began, Euclid has been printed in as many editions, and in as many languages, as perhaps no other book outside the Bible.

математику», чтобы этот странноватый термин не означал. Фактически, новомодное словечко редко скрывает что-либо большее, чем простую ссылку на многовековую традицию краткой записи и сохранения математических теорий в аксиоматической форме. Эта замечательная традиция ведет отсчет с сочинений Евклида. Отсутствие излишеств, стройность, четкость, доказательность и последовательность изложения стимулируют, организуют и дисциплинируют разум и мысль, раскрывая внутреннюю красоту и гармонию математики. Именно максимально обезличенный, лишенный примет времени стиль «Начал» Евклида составляет их особую ценность, позволяя нам легко понять написанное спустя многие века.

«Словесные» задачи, практические мотивировки, эмфатика творческой личности, субъективная окраска материала и аллюзии к современности совершенно необходимы в арсенале обучения, но конкретные продукты этих бессмертных приемов преподавания крайне изменчивы, сиюминутны, недолговечны и часто умирают в самый момент их произнесения.

Наука должна сохранять старые знания и пытаться решать новые задачи сегодняшнего дня. В этой связи преподавание имеет двуединую задачу: сохранение и передачу знания — «наполнение сосуда» в сочетании с «зажжением факела», то есть с инициацией и побуждением к творческому поиску и получению новых знаний. Нет никакой необходимости противопоставлять передачу и сохранение знаний и воспитание творчества, выработку навыков решать и ставить злободневные задачи. Сохранение математических знаний в бесстрастной, обезличенной и сухой форме учебников совсем не исключает творческий поиск преподавателя. Напротив, стиль Евклида предполагает постоянное творчество, требуя от педагога поиска и применения тонких личностных настроек, субъективных ключиков и таинств для пробуждения интереса к математике, для понимания ее места и значения в науке, производстве и других сферах общественной жизни, для выработки навыков по применению математики в практических задачах.

Перед преподавателем стоит задача сломать преграды к пониманию математики, показать раскрепощающую сущность ее свободного мышления, объяснить, что *математика — это самая человечная из человеческих наук*. Без человека математики нет. Физический мир есть, а математики нет. Математику делают люди. Они делают ее, думая о людях и для людей.

Цель и суть математики заключены в той свободе, которую она дает нам. Математика сочетает абсолютную доступность, демократичность и открытость с непререкаемым запретом на любую субъективность, предвзятость и бездоказательность. Одна из наиболее персонифицированных наук, требующая самостоятельных личных усилий для решения простейшей арифметической задачи, математика научилась делать сложное простым, доступным для всех и каждого. Самая гуманная из наук, математика выработала свою прекрасную «бесчеловечную» форму объективной письменной передачи знаний — классический стиль эллинских «Начал».

В математику нет царских путей, в нее ведет дорога, проложенная Евклидом. Стиль Евклида живет не только не только в книгах Бурбаки, но и в тысячах школьных и студенческих конспектов по всему миру. Этот стиль — достижение и гордость нашей древней науки.

Статья поступила 21 апреля 2005 г.

КУТАТЕЛАДЗЕ СЕМЁН САМСОНОВИЧ, д. ф-м. н.
Новосибирск, Институт математики им. С. Л. Соболева,
Новосибирский государственный университет
E-mail: sskut@math.nsc.ru